

X-O به سبک جدید

اشاره

این نوشته ترجمه مقاله «Tic-Tetris-Toe» از اندی لی یو (Andy Liu) است که در آن پنج سبک جدید برای بازی «X-O» معرفی شده‌اند که آن‌ها را «X-O تتریسی» می‌نامند. در توضیح تتریسی باید گفت که نوعی بازی ویدیویی قدیمی است متشکل از شکل‌هایی مانند $\begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$ ، $\begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$ و $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$. از آنجا که نویسنده این شکل‌ها را در معرفی سبک جدید خود به کار برده، لذا از کلمه «تتریسی» استفاده کرده است. چون این کلمه چندان مشهور نیست، و به جز معرفی برخی از شکل‌ها نقش دیگری را در مقاله ایفا نمی‌کند، لذا آن را ذکر نکرده‌ایم.



محمد طبیعی
دانشجوی مهندسی عمران
دانشگاه صنعتی شریف

با توجه به شباهت شکلی موجود بین این شکل‌ها و حرف‌های I, T, L, N و O این‌ها را I_p, T_p, L_p, N_p و O_p می‌نامیم. برای N_p در صفحه 3×3 ، برای L_p در صفحه 4×4 ، برای T_p در صفحه 5×5 ، برای I_p در صفحه 7×7 و برای O_p در صفحه 9×9 بازی می‌کنیم. بدیهی است که برتری غالباً با بازیکن اول است.

آیا می‌توانید یک راهبرد (استراتژی) برد برای نفر اول بیابید؟ ابتدا سعی کنید و چندین بار این بازی را با دوستانتان انجام دهید و سپس مطالب زیر را بخوانید.

بخش دوم:

بازی N_p

ابتدا اجازه دهید که سطرها را با اعدادهای ۱، ۲ و ۳ و ستون‌ها را با حرف‌های a, b و c مشخص کنیم. به این ترتیب خانه واقع در گوشه سمت چپ مربع a نامیده می‌شود.

شما برای برنده شدن به چهار حرکت نیاز خواهید داشت و حرکت پنجم حرکتی اضافی است که تنها در

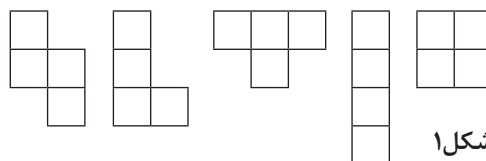
بخش اول:

معرفی

بازی X-O یک بازی مشهور قدیمی است که در آن هر یک از بازیکنان به نوبت یکی از حروف X یا O را در صفحه‌ای 3×3 قرار می‌دهند. برنده کسی است که بتواند سه خانه را به صورت سطری، ستونی یا قطری پر کند. در اینجا قصد داریم چند سبک جدید برای این بازی معرفی کنیم. این سبک‌های جدید دو تفاوت اساسی با بازی X-O معمولی دارند:

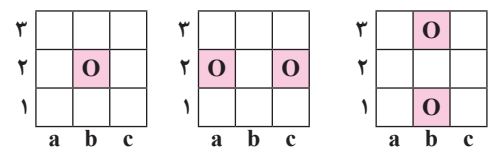
اول آنکه بازی الزاماً روی یک صفحه 3×3 انجام نمی‌شود، هر یک از پنج شکل معرفی شده در زیر، صفحه مربعی متفاوتی دارند.

دوم آنکه در این جا تلاش می‌کنیم به یکی از ۵ شکل زیر برسیم.



برخی از حالات خاص لازم است. اکنون قصد داریم راهبرد برد برای این بازی را کشف کنیم.

من می‌توانم با یک یا دو حرکت کاری کنم که شما نتوانید برنده این بازی باشید. شما شاید این موضوع را حدس زده باشید.



شکل ۲

شکل ۲ سه حالتی را که باعث می‌شود، حریف شما برنده بازی نشود، نشان می‌دهد. در هر یک از حالات فوق حتی اگر من تمام حرکت‌های بعدی را به شما واگذار کنم، شما قادر به ایجاد N_p نخواهید بود.

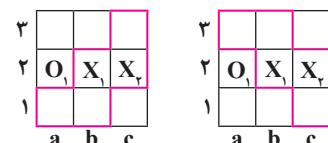
بنابراین شما می‌باید در اولین حرکت خود b_p را اشغال کنید و همچنین مطمئن شوید که از بین b_p و b_1 و از بین a_p و a_1 حداقل یکی را انتخاب کرده‌اید.

توجه کنید، هنگامی که خانه b_p را اشغال می‌کنید، دیگر نباید نگران شکست باشید. حریف شما در هیچ شرایطی قادر نخواهد بود پیروز این میدان باشد. حال که شما خانه b_p را اشغال کرده‌اید، سؤال این است که: آیا من می‌توانم مانع پیروزی شما در این بازی شوم؟ در حقیقت من دو گزینه برای انتخاب دارم: انتخاب یکی از چهار مربع واقع در مجاورت خانه b_p ، یا انتخاب یکی از چهار مربع گوشه‌ای. فرض کنید من a_p را انتخاب کنم شما از قبل می‌دانید که باید c_p را بگیرید. اکنون من تسلیم هستم.

در حرکت سوم شما می‌توانید خانه b_1 را بگیرید. حال به دو طریق متفاوت، یعنی با اشغال a_p یا c_p ، می‌توانید بازی را ببرید و یک شکل N_p ایجاد کنید حتی اگر من قبل از شما خانه b_1 را در اختیار بگیرم، آن وقت شما خانه b_p را خواهید گرفت و باز هم به دو روش متفاوت، یعنی اشغال a_1 یا c_1 ، می‌توانید برنده بازی باشید.

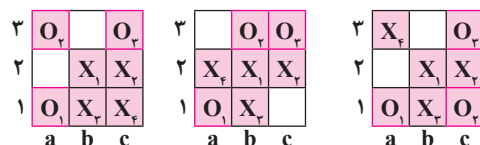
شکل ۳ کلید موفقیت شما را، که شکل W_5 است، نشان می‌دهد (قسمت مشخص شده مانند حرف W است و ۵ مربع دارد).

شکل ۳ کلید موفقیت شما را، که شکل W_5 است، نشان می‌دهد (قسمت مشخص شده مانند حرف W است و ۵ مربع دارد).



شکل ۳

حالا من با یکی از مربع‌های گوشه‌ای، مثلاً a_1 ، شروع می‌کنم. فرض می‌کنیم شما در مرحله بعد c_p را اختیار می‌کنید. من می‌دانم که باید یکی از خانه‌های a_p ، b_p و c_p را بگیرم. شما می‌توانید در حرکت بعد با انتخاب b_1 ، مرا مجبور کنید خانه c_p را انتخاب کنم. اکنون بسته به حرکت من، شما بار دیگر به دو طریق، با انتخاب یکی از خانه‌های c_p ، a_p و a_1 می‌توانید بازی را ببرید.



شکل ۴

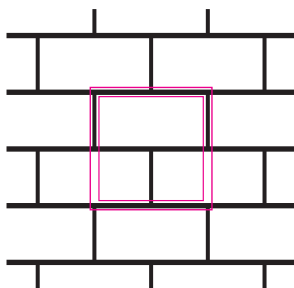
آیا می‌توانید همه چیزهایی را که تا به الان مطرح کرده‌ایم، به خاطر بسپارید؟ شما مجبور نیستید این کار را بکنید، فقط بدانید که باید خانه b_p ، یکی از خانه‌های a_p و c_p و یکی از خانه‌های b_1 و b_p را به دست آورید. حالا باید در جست‌وجوی یک تهدید دوگانه باشید. با کمی تمرین همواره بازی را خواهید برد؛ البته اگر بازیکن اول باشید.

بخش سوم:

بازی‌های L_p ، T_p و I_p

سطرهای اضافی را با عددهای ۴ و ۵ و ... و همین‌طور ستون‌های اضافی را با حروف d ، e و ... نشان می‌دهیم. در بازی L_p شما به آسانی می‌توانید برنده شوید. ابتدا خانه b_p را انتخاب کنید. همچنین می‌توان تضمین کرد که در حرکت بعد شما می‌توانید یکی از خانه‌های b_p یا c_p را انتخاب کنید. اگر هر دوی این خانه‌ها خالی بودند، در صورتی که b_1 و b_p خالی باشند، b_p را انتخاب کنید در غیر این صورت، a_p و d_p یقیناً خالی هستند. پس c_p را انتخاب کنید. در سومین حرکت خود، ۳ مربع را در یک ردیف تکمیل کنید. در این شرایط من (به عنوان بازیکن دوم) ابدأ نمی‌توانم از ایجاد L_p توسط شما در حرکت چهارم، جلوگیری کنم. همچنین از آنجا که من تا به الان تنها سه حرکت انجام داده‌ام، پس قطعاً نمی‌توانم، برنده بازی باشم.

در بازی T_p هم شما (به عنوان بازیکن اول) می‌توانید برنده بازی باشید. بدیهی است که بهترین



شکل ۶

من دو مربع مجاور را ترکیب خواهیم کرد و یک دومینو به وجود می‌آورم. اکنون جدول ما شبیه به یک دیوار آجری شده است. حال در هر مرحله، وقتی شما مربعی را انتخاب می‌کنید، من مربع دیگر را در همان دومینو انتخاب خواهم کرد. اکنون اگر قرار باشد که یک شکل O_p تشکیل دهید، حتماً می‌باید یک دومینوی کامل را در اختیار داشته باشید (مطابق شکل ۶)، حال آنکه تنها نصف آن را خواهید داشت. پس شما نمی‌توانید برنده شوید!

بخش پنجم:

پروژه‌های بیشتر

مسئله ۱. چهار شکل پیوسته متشکل از سه مربع یا کمتر از آن بیابید، طوری که مربع‌ها لبه‌به‌لبه به یکدیگر متصل باشند.

تذکر: این شکل‌ها «مونومینو»^۱ (O_p)، «دومینو»^۲ (I_p)، و «ترومینو»^۳ (V_p و I_p) نامیده می‌شوند.

X-O بازی کردن با این شکل‌ها چندان چالش برانگیز نخواهد بود. اگر صفحه بازی به اندازه کافی بزرگ باشد، یقیناً نفر اول برنده خواهد بود. زیرا شکل‌های فوق همگی بخشی از شکل‌هایی هستند که در این مقاله آن‌ها را بررسی کرده‌ایم. شکل‌هایی که در این نوشته بررسی کرده ایم، «ترومینو»^۴ نامیده می‌شوند. اگر همین‌طور ادامه دهیم، به «پنتومینوها»^۵ خواهیم رسید. بازی کردن با این شکل‌ها بسیار رقابتی و دشوار است. پنتومینوها شامل قطعاتی به نام‌های $F_p, I_p, L_p, N_p, P_p, T_p, U_p, V_p, W_p, X_p, Y_p, Z_p$ هستند که همگی در شکل ۷ نمایش داده شده‌اند. **سولومون گولومب**^۶، نویسنده کتاب دوست‌داشتنی «پلی‌مینوها»^۷، به بررسی این شکل‌ها پرداخته است. کلمه «پلی‌مینو» به معنی «شکل تشکیل شده از تعداد زیادی مربع» است. بد نیست بدانید که غیر از پنتومینوها ما ۳۵ نوع هگزومینو^۸

مکان برای شروع حرکت خانه c_p است. در این شرایط من یکی از پنج پاسخ ضروری را که شامل a_p, a_p, a_p, b_p یا b_p است، به حرکت شما می‌دهم. در مرحله دوم شما d_p را انتخاب می‌کنید. در حرکت سوم، هم می‌توانید c_p را انتخاب کنید که به ایجاد یک تهدید دوگانه در خانه‌های b_p و c_p منجر می‌شود، یا d_p را انتخاب کنید که باز هم تهدیدی دوگانه در خانه‌های e_p و d_p ایجاد می‌کند. در هر دو شرایط من نمی‌توانم از دستیابی شما به شکل T_p جلوگیری کنم.

۷				O_3			
۶		X_6		X_3			
۵	O_5	X_5	X_4	X_2	O_4		
۴			O_1	X_1			
۳				O_2			
۲							
۱							
	a	b	c	d	e	f	g

شکل ۵

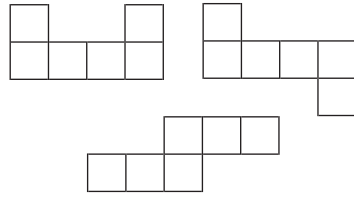
بین پنج بازی معرفی شده، تنها بازی که می‌توان آن را رقابتی واقعی دانست، I_p است. اگرچه در این بازی هم شما خواهید برد، اما این پیروزی را نمی‌توانید تا حرکت هشتم خود تحمیل کنید. در حین بازی این امکان وجود دارد که شما بتوانید یک تهدید دوگانه برای من (به عنوان حریف شما) ایجاد کنید. در شکل ۵ نمونه‌ای چالش برانگیز از این بازی را آورده‌ایم. چنانچه در حرکت هفتم، شما خانه c_p را انتخاب کنید، آن‌گاه توانسته‌اید یک تهدید دوگانه در خانه‌های a_p و e_p به وجود آورید. همچنین با انتخاب b_p نیز می‌توانید تهدیدی مشابه در خانه‌های b_p و b_p ایجاد کنید. بنابراین باز هم من نمی‌توانم مانع پیروزی شما بشوم.

بخش چهارم:

بازی O_p

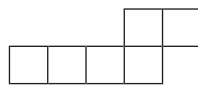
این بازی ویژگی بسیار عجیبی دارد. اگرچه به نظر می‌رسد که صفحه بازی بیشتر از حد نیاز است، با این حال شما نمی‌توانید پیروزی خود را در این بازی تحمیل کنید. من راهبردی بسیار ساده اما مؤثر دارم که مانع پیروزی شما در این بازی می‌شود؛ حتی اگر این بازی را در یک صفحه بی‌نهایت انجام دهیم. این ایده بسیار ظریفی است که زیبایی ریاضیات را به نمایش می‌گذارد.

۱۰۸ نوع هپتومینو^۹ و ۳۶۹ عدد «اکتومینو»^{۱۰} و... داریم.



شکل ۹

مسئله ۶: برای نفر دوم که در حال بازی با هگزومینوهای واقع در شکل ۹ است، یک راهبرد دومینویی پیدا کنید. برای یکی از آن‌ها باید الگوی جدیدی پیدا کنید.



شکل ۱۰

مسئله ۷: احتمالاً به غیر از هگزومینوی نشان داده شده در شکل ۱۰، برای هیچ پلی مینوی دیگری که دارای شش و یا تعداد بیشتری مربع است، نفر اول راهبردی قطعی برای پیروزی ندارد. آیا نفر اول در بازی با این هگزومینو راهبرد برد دارد؟

مسئله ۸: در بررسی بازی N_4 دیدیم که اگر این بازی در یک جدول 2×2 بازی شود، یقیناً نفر اول نمی‌تواند برنده شود، چرا که فضای کافی برای گذاشتن قطعات وجود ندارد. این در حالی است که بعضی از بازی‌های دیگر را می‌توان در جدول کوچک‌تری هم بازی کرد. اکنون سؤال این است: آیا نفر اول می‌تواند پیروزی خود را در بازی T_4 در یک جدول 4×4 تحمیل کند؟ یا در یک بازی I_4 در یک جدول 6×6 راهبرد برد دارد؟

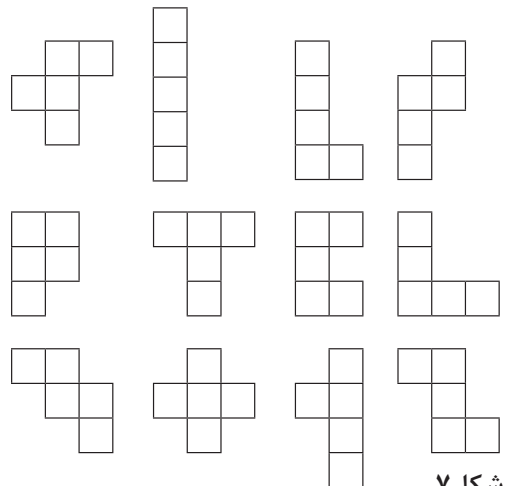
بخش ششم:

اطلاعات عمومی

این مقاله براساس مقاله بازی‌های ریاضی **مارتین گاردنر** (Martin Gardner) نوشته شده است. مقاله مزبور در آوریل سال ۱۹۷۹ در مجله «Scientific American» به چاپ رسیده بود. همچنین کتابی در این زمینه به همراه موضوعات جذاب دیگری در حوزه ریاضی توسط انتشارات «W.H. Freeman and Company» در سال ۱۹۹۲ در نیویورک به چاپ رسیده است. لازم به ذکر است که اصل و اساس این کارها توسط **فرانک هاراری** (Frank Harary) که ریاضی‌دانی در زمینه تئوری گراف است، انجام شده است.

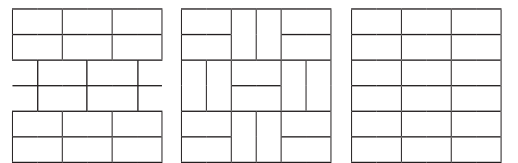
مسئله ۲: از آنجا که P_4, O_4 را درون خود دارد، پس استدلالی که در مورد دومینوها در شکل ۶ برای بازی O_4 آورده بودیم، اینجا هم کار می‌کند. به عبارت دیگر، حتی اگر صفحه نامتناهی باشد، باز هم نفر دوم می‌تواند طوری بازی کند که نفر اول برنده نشود. از طرف دیگر، چهار پنتومینوی دیگر نیز هستند که اگر چه O_4 را در بر ندارند، اما استدلال فوق درباره آن‌ها نیز صدق می‌کند. آن چهار پنتومینو را بیابید.

مسئله ۳: نشان دهید که نفر اول چگونه می‌تواند در بازی با N_6 و در یک صفحه 6×6 برنده شود. همچنین چگونه می‌تواند در بازی با L_6 و Y_6 در یک صفحه 7×7 پیروز شود؟



شکل ۷

مسئله ۴: هر یک از چهار پنتومینوی باقی‌مانده را (پنتومینوهایی که در سؤالات ۲ و ۳ بررسی نشده‌اند) به یکی از راهبردهای دومینویی (مانند بازی O_4) که در شکل ۸ الگوهای آن‌ها داده شده است، متصل کنید.



شکل ۸

مسئله ۵: چه تعداد از هگزومینوها، پنتومینویی را در بردارند طوری که نفر دوم دارای یک راهبرد دومینویی است؟

* پی‌نوشت‌ها

1. monomino
2. domino
3. tromino
4. tetromino
5. pentomino
6. Solomon Golom

(ریاضی‌دان و مهندس برق آمریکایی که استاد دانشگاه کالیفرنیا جنوبی بود و بیشتر به خاطر ابداعاتی در بازی‌های ریاضی مشهور است. وی در سال ۲۰۱۶ درگذشته است.)

7. polyminos
8. hexomino
9. heptomino
10. octemino